www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

ESCC
ECOLE SUPERIEURE DE COMMERCE DE COMPIEGNE
Association loi 1901 - 6 avenue Thiers - 60200 COMPIÈGNE - Tél: 44.40.29.32.
Etablissement d'enseignement supérieur technique privé - mixte

---

CONCOURS D'ADMISSION 1989

MATHEMATIQUES I — Option : Economique — Coefficient : 4

Des points sont réservés à la présentation de la copie.

On demande :
1° une écriture lisible.
2° de séparer les questions,
3° de mettre en évidence les résultats,
4° d'éviter de recopier les calculs evidents,
5° d'éviter les longueurs inutiles.

CONVENTIONS

n et k sont des entiers naturels tels que : $0 \leqslant k \leqslant n$

1° a) la fonction f est définie par : $f(x) = \frac{x-6}{x-4}$

où x est différent de 4.

b) $f^{(k)}(x)$ est la dérivée d'ordre k de f.

On conserve les notations classiques :

$f^{(0)}(x) = f(x)$, $f^{(1)}(x) = f'(x)$, $f^{(2)}(x) = f''(x)$, $f^{(3)}(x) = f'''(x)$

c) $S_n(x)$ est la série entière de terme général : $\frac{f^{(k)}(0)}{k!} \cdot x^k$

On a donc : $S_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \cdot x^k$

Dans le cas où $S_n(x)$ est absolument convergente, on note S(x) sa limite, soit :

$$S(x) = \lim_{n \to +\infty} S_n(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \cdot x^k$$

2° On définit les suites réelles u par leur premier terme u_0 et par la relation de récurrence : $u_{n+1} = \frac{u_n - 6}{u_n - 4}$

L'ensemble des valeurs u_0 telles que $u_n \neq 4$ pour tout n , est noté D.

On écrit dans ce cas : $u_0 \in D$ ou $u \in D$

3° On donne la matrice : $A = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

On note $A^{n+1} = A^n \cdot A$ avec $A^0 = I$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

PARTIE 1 :

1° Calculer $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$.

2° Déterminer l'expression générale de $f^{(k)}(x)$.

Cette formule est-elle valable pour toute valeur de k ?

3° Calculer $S_n(x)$ en fonction de n et x .

4° Pour quelles valeurs de x, la série $S_n(x)$ est-elle absolument convergente ?

Donner dans ce cas S(x).

Quelle remarque peut-on faire ?

PARTIE 2 :

1° On donne $u_0 = \frac{46}{15}$

Calculer u_1 , u_2 , u_3 .

Quelle remarque peut-on faire sur u ?

TSVP

ECOLE SUPERIEURE de COMMERCE de COMPIEGNE
Economique-Math 1

On suppose $u \in D$

2° Montrer que f conserve la monotonie de la suite u .

3° Pour quelles valeurs de u_0, la suite u est-elle :

constante ?

croissante ?

décroissante ?

4° On donne $u_0 = 1$

Calculer u_1 , u_2 , u_3 .

Montrer que $0 \leqslant u_n \leqslant 2$

La suite u est-elle convergente ?

Quelle est dans ce cas sa limite ?

PARTIE 3 :

$u \in D$, $u_0 \neq 2$ et $u_0 \neq 3$.

On pose $u_n = \dfrac{2v_n + 3}{v_n + 1}$

1° Démontrer que v est une suite géométrique. On donnera sa raison q et son premier terme v_0 exprimé en fonction de u_0.

2° Résoudre v, puis u .

3° Vérifier le cas $u_0 = 1$ en calculant directement u_1 , u_2 , u_3 et la limite de u .

PARTIE 4 :

1° Déterminer toutes les valeurs u_0 telles que $u_n = 4$.

2° En déduire D

3° Vérifications :

a) étudier le cas $u_0 = \frac{46}{15}$

b) Pour $u_0 = 1$, peut-on affirmer que $u \in D$?

PARTIE 5 :

1° Calculer A^2 .

2° Déterminer les matrices M telles que $M^2 = A^2$.

3° Exprimer A^2 en fonction de A et I .

4° Montrer que A^n peut s'écrire sous la forme $\alpha_n A + \beta_n I$ où α_n et β_n sont les termes généraux de deux suites α et β .

Exprimer α_{n+1} et β_{n+1} en fonction de α_n et β_n .

5° Résoudre les suites α et β et en déduire l'expression de A^n en fonction de A, I et n .

PARTIE 6 :

Etablir un lien entre la résolution de la suite u et le calcul de A^n .

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail